



Some Memories of

OR at TU Wien

by Richard F. Hartl



Caveat

- Not a balanced survey of work and life at OR institute
- But very biased view
 - »Towards what I remember
 - »And my own contributions
- Done under time pressure

»Many things/persons missing or forgotten



My start at TU

- 16.7.1980 start as Post-Doc
- "Institut für Unternehmesforschung" consisted of »Gustav FEICHTINGER – Boss
 »Frau FINK (TODA) – Sekretärin
 »Alexander (Andi) MEHLMANN - Assistent (Post Doc)
 »Mikuláš (Miki) LUPTÁČIK – Assistent (Post Doc)
 »RFH





- Mehlmann und RFH as "antechambre" of Luptáčik
- Luptáčik had hundreds of students (Planungsmathematik)
- Typical flow of persons
- Nevertheless enjoyable and productive time ...



Research Topics during my time

- (Demography) course, Lexis diagram
- (geometric programming Luptacik)
- (Manpower planning) possible topic for master thesis
- Optimal control theory & applications in Econ & MgmtSci
- Differential games / dynamic games
- Analysis of dynamic systems chaos
- OC with distributed parameters PDE
- Stochastic OC
- Multi stage systems



Applications of OC

- Inventory management
- Marketing
- Investment
- Applications in ecomonics
- Funny/strange applications (Vampire models, continuors lover)
- Deviant behavior (drug, terrorism, ...)
- Covid and other epidemics





1st Focus in OC: Saddle Points

- Single state models
- One or more controls
- Objective (Hamiltonian) strictly concave in control
- Convergence to "equilibrium" optimal?
- Steady state of the canonical system saddle point

Vampire model (1982)

- Isolated Transylvanian valley
 v ... vampires
 - h ... humans Menschen



Uncontrolled model: predator-prey system (Lotka – Volterra)

 $\dot{v} = -av + dvh,$

 $\dot{h} = nh - dvh;$

• Results in cyclical solutions



Vampire model (1982)

 Now vampire society aims at a sustainable solution where an optimal bloodsucking rate per vampire is determined over time

c ... bloodsucking rate per vampire

• Simple transformation:

x = h/v ... per capita resource



Vampire model (1982)

Future utilities are discounted by r being the rate of time preference. Thus the vampire's objective is to maximize the present value of the utility stream:

$$\int_{0}^{\infty} e^{-rt} U(c(t)) dt, \qquad (2)$$

subject to (1), and the nonnegativity condition $h \ge 0$. This optimal control problem with two state variables (v, h) and one control instrument c can be reduced to the following problem:

maximize (2) s.t.
$$\dot{x} = (n+a-c)x-c, \quad x \ge 0,$$
 (3)

where x denotes the humans/vampires ratio x = h/v. Thus we are facing a

11

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research (vol. 16, n° 4, novembre 1982, p. 379 à 390)

THE TRANSYLVANIAN PROBLEM OF RENEWABLE RESOURCES (*) (¹)

by R. HARTL and A. MEHLMANN (²)

Abstract. — This paper deals with a typical problem of renewable resources described in terms of an optimal control model. The differences in the analysis of the three cases of concave, linear, and convex utility functions are pointed out and optimal solutions are obtained. It is also demonstrated that the size of the discount rate can determine the structure of the optimal policy.

Keywords: maximum principle; phase-plane analysis; bang-bang control; economics of human resources; vampire myth.







2nd Focus in OC: "Skiba" Points

- Single (or multi) state models
- One or more controls
- Some complications e.g. Hamiltonian not concave in state variable
- Then often several steady states exist and are candidates for long run optimal solutions
- Convergence to which "equilibrium" optimal?
- History dependent behavior:
- Thresholds ("Skiba" points or curves) separating basins of attractions of these steady states



Gustav Feichtinger
Richard F.HartlOptimale
Optimale
Kontrolle
obtimale
botomischer
Drozesse

de Gruyter

Optimal Pollution Control with a Nonconstant Exponential Rate of Decay¹

BRUCE A. FORSTER

Department of Economics, University of Guelph, Guelph, Ontario, Canada,



FIG. 2. Free endpoint phase diagram with multiple equilibria.



Weak Skiba in connection with Wine Bottle Holder

- weak Skiba: optimal to stay there
- If starting point a little left/right movement to another *stable* equilibrium:







"Wrong equilibria" in connection with Wine Bottle Holder





Skiba in Nature?

- run in opposite directions to see who your dog loves more y
- run in opposite directions to see who your dog loves more m



3rd (or 2a) Focus in OC: "Skiba" Curves

- Multi state models
- One or more controls
- Some complications e.g. Hamiltonian not concave in state variable
- Then often several steady states (attractors) exist and are candidates for long run optimal solutions
- Convergence to which attractor?
- History dependent behavior:
- Threshold curves ("Skiba" curves) separating basins of attractions of these attractors





Fig. 5. DNS curves for larger values of x and y. The solid line separates the regions of attraction of the equilibria x = 0 and x = +1, while the dotted line separates the regions of attraction of the equilibria x = 0 and x = -1. The narrow area is the region of attraction of the equilibrium x = 0.



4th Focus in OC: Limit cycles

- Multi state models
- One or more controls
- The optimal attractors can also be limit cycles
- Can occur also in connection with Skiba curves



Cycles of Fear: Periodic Bloodsucking Rates for Vampires

R. F. HARTL,¹ A. MEHLMANN,² AND A. NOVAK³

Communicated by G. Leitmann

Abstract. In this paper, we present a new approach for modelling the dynamic intertemporal confrontation between vampires and humans. It is assumed that the change of the vampiristic consumption rate induces costs and that the vampire community also derives some utility from possessing humans and not only from consuming them. Using the Hopf bifurcation theorem, it can be shown that cyclical bloodsucking strategies are optimal. These results are in accordance with empirical evidence.

Key Words. Maximum principle, limit cycles, economics of human resources, vampire myths.

"To the feather-fool and lobcock, the pseudo-scientist and materialist, these deeper and obscurer things must, of course, appear a grandma's tale."

From The Vampire in Europe, by Montague Summers.

1. Introduction

While the behavior of vampires has been studied and documented over long periods of time (see, e.g., Ref. 1), neither the economic significance of vampirism nor the optimality of bloodsucking strategies has been analyzed by means of rational modelling. Vampiristic activities seemed to be of interest only to scholars of anthropology (Ref. 2) or, much more regrettable, to the Hammer Film Productions.



¹Associate Professor, Department of Operations Research, Technische Universität Wien, Wien, Austria.

²Associate Professor, Department of Operations Research, Technische Universität Wien, Wien, Austria.

³University Assistant, Institute of Statistics, Universität Wien, Wien, Austria.



General Interest in dynamical systems

- Gustav on sabbatical at Sante Fe institute
- Brought back a pile of working papers from there
- Chaotic behavior in uncontrolled dynamical systems
 »Single state when discrete
 »Multi state also in continuous models
- Many models published by Gustav and coworkers
- Chaos as optimal solution of OC models or DG?

DISCRETE TIME DYNAMIC GAME MODELS FOR ADVERTISING COMPETITION IN A DUOPOLY

GERHARD SORGER



15

10

5

ΖÓ

25

30

Der Herr des Chaos

- Der Südsee Strände sind nun leer.
- Aloa! Abschied fällt so schwer.
- Nur Wien erstrahlt in stillem Glück:
- Der Herr des Chaos kehrt zurück.
- Andi Mehlmann will present the whole poem later







OC Application Topics during my time

- Serious applications from economics and MgmtSci (Peter Kort ...)
- Vampire models, continuors lover (Andi Mehlmann ...)
- Optimal slidesmanship (Steffen Jorgensen)
- Video games, open source software (with Andrea Seidl ...)
- Control of deviant behavior like drugs and terrorism (Jon Caulkins ...) **Memos**

TO:	Gustav Feichtinger, Gernot Tragler, Peter Kort, Richard Hartl, Andrea Seidl,
	Vladimir Veliov
FROM:	Jon Caulkins
DATE:	February 11, 2010
SUBJECT:	Memo #100 Thoughts on Various Models

Introduction

Below are selected notes on today's conversations about various models. Not everyone cares about every paper, so just skip the sections that are not of interest.

Start Up Company with Takeover Option

Franz liked this model very much. He observed that it is the simplest possible model that can create all of the nice results and thought it might even go to *JET*. He noted several things we'll need to explain well in the write up.

#1: Our f(K) is not monotonically increasing; we'll need to reassure readers that all of the solutions of interest have K small enough that f(K) is still on the increasing side of its maximum (hasn't bent back down)

#2: Conventional wisdom is that when you take-over a company, all you get is their machines; the people (human capital) will walk away. We need to remind readers that we are thinking of a high-tech start-up, so the acquirer also gets (and may care the most about) patents, IP embedded in custom software made on work-for-hire contracts, and sometimes even some of the workers if they have non-compete contracts and/or human capital that is specific to the projects they have been working on, so they are more valuable to the acquiring company than to the labor market generally.

#3: Explain why K appears linearly in the salvage function when acquired even though its value is concave (diminishing returns) in the objective function. Our answer is that the small start up lacks the brand recognition, marketing acumen, and global reach of a big company, so it cannot fully capitalize on the value of its IP. The acquiring company can embed the IP or software in more products and sell to more markets.

ität



Further complications of OC models

- OC with lags/delays (Suresh Sethi ...)
- OC with distributed parameters PDE -> Vladimir Veliov
- Stochastic OC
- Multi stage systems (Dieter Grass ...)



Last Words

- My time at TU was enjoyable
- And productive
- Fond memories
- Thank you Gustav for providing such an inspiring environment to your coworkers and coauthors



Mikulas Luptacik

- OC and math optimization in environmental economics
 »Scientific Papers
 »But also coverage in newspaper "die Presse"
- Geometric optimization

»Books ...

Mathematisches Modell für den Wohlstand Bruttonationalprodukt, Umwelt, Konsum

Ein mathematisches Modell, das len, wenden sich nun die "Wohl- scheidungen eine langfristige Verbesserung und stands"-Modelltheoretiker. Umweltschutz notwendigerweise im- dertes Wirtschaftswachstum ist von Abgesehen davon, daß Anwendund Sozislpolitik, oder sind sie gar weltpolitik. komplementär, einander ergänzend? Die vorliegende Arbeit versucht sind, den Forschern fehlen in Österdie behauptete Substitutionalität von auch die regenerierbare Natur) mit Klimaänderungen

Sicherung des Wohlstandes - so- Sie stellen die sogenannte "Kom- daraus folgt. Anfall von weniger wohl was die Umweltqualität als plementaritätsthese" auf, die vom (giftigen) Abfällen. auch den materiellen Wohlstand be- Gedanken der "aktiven Umweltpoli- Eine mögliche Entscheidungahlife trifft -- stellte jungst das Institut tik" ausgeht. Deren Aufgabe ist es, für Politiker ist die These, daß man für Unternehmensforschung an der die Umweltschäden zu beseitigen be- bei eher niedrigen Emmissionsraten Technischen Universität Wien vor zichungsweise neue, umweltfreund- ("Ausscheidungen" aus Produktions-Kern der unter Leitung von Dr. Mi- liche Technologien zu entwickeln mechanismen, die sich auf die Umkulas Luptacik betriebenen zu- und damit die Umweltqualität zu welt auswirken) besser zu sparen sei. kunftsorientierten Forschungen ist verbessern. Allerdings gehen die Mit dem gesparten Kapital könne die "optimale Verteilung des volks- Mittel, die für die Erhaltung oder man dann wesentlich besser invewirtschaftlichen Kuchens", sprich Erhöhung der Umweltqualität auf- stieren Beispiel: Vorgangsweise bei der Bruitsnationalprodukter (BNP) gebracht werden, für Investitionen der Reinigung der österreichischen Sind Wirtschaftswachstum und und Konsum verloren. Ein vermin- Seen.

Von dieser Frage- oder Problemstel- zunächst nicht mehr, als einen Bei- reich ganze Bündel von Umweltdalung waren die Erarbeiter des "Wohl- trag zur Diskussion zu leisten. Dies ten (Verschmutzung, ökologische standsmadells" ausgegangen. Die geschicht durch eine Analyse der Auswirkungen. Emissionen, Immis-Eigenschaft zur gegenseitigen Auf- Aufteilung des BNP für Konsum in sionen und so weiter). Diesen Wink hebung der beiden Ziele, so werde das (Produktions-) Kapital einer mit dem Zaunpfahl des Forschers remeinhin argumentiert, ergabe sich Wirtschaft sowie für die Erhaltung haben jedoch die Politiker und aus der "Raumschill Erde"-Eigen- der Umweit Dieses - so die Schöp- Beamten zu berücksichtigen, um schaft des ökonomisch-ökologischen fer des Modells - Problem einer op- weitere Forschung zu ermöglichen. Kreislaufs: Darin sei der "output" timalen zwischenzeitlichen Alloka- Besonders zu kritisieren aber ist (Brutionationalprodukt) des wirt- tion (Anhäufung, Zusammentragung, die einfache Tatsache, daß bei der -schaftlichen Systems im öko- Ausnützung) von knappen Ressour- im Rahmen der Veranstaltungsreihe logischen Gesamtzusammenhang ein- cen, soll unter Anwendung der Kon- "Die Technische Universität Wien

ökonomischen und ökologischen Zie- ganz bestimmten politischen Ent- oder der Lärm.

kontrollierbar sind. Etwa: Neue Technologie anwenden,

Samstag/Sonntag, 23/24, Mai 1981

٠.

mer einunder aufhebende Ziele im dieser Seile aus betrachtet also ein barkeit des Modells für eine quantimagischen Vieleck der Wirtschafts- negativer Faktor der aktiven Um- tative Analyse und Aussagekraft der numerischen Ergebnisse begrenzt

fach nur ein "throughput" (vielleicht trolltheorie behandelt werden. forscht" präsentierten - Studie somit einem Trog vergleichbar), und Die genannte Theorie geht - was genannte irreversible Prozesse, darin damit habe ein höheres ENP auch das vorliegende mathematische Mo- wieder vor allem der Faktor Mensch, mehr Abfälle und Umweltschäden dell betrifft - davon aus daß be- unberücksichtigt blieben. Hier seien zur Folge. Dagegen, nämlich gegen stimmte Systeme (Wirtschaft, aber sie nur genannt; Überbevölkerung,

(Abholzungen) ma-

Coverage of EURO VI in "Die Presse"

• By Mikulas Luptacik



ecoJournal 22. Juli 1983

"Was geschieht, wenn . . ."

In Wien fand der 6. Europäische Kongreß für Operations Research statt

im increase webs

"napp 500 Fachleute aus 33 IBM-Mitarbeiter Theo Lutz oder "Si-Ländern diskutierten in den mulation" vom Wiener Wirtschaftsern diskuftierten in den nermen Tagen - vom 19. Dererste An win man mit Hills m

Ergebuisse sind oft enttäuschood

Wege, die Renfallität us Caschifter sines Un

Mikulóż Luvidći



Alexander Mehlmann

• Math of literature

»Game theoretic analysis of Goethe's Faust

• Literature of maths

»Mathematical poems